



# Realtidsuppdaterad fristation

## Tillförlitlighetsanalys

Juni 2011

Milan Horemuz

Kungliga Tekniska högskolan,  
Institution för Samhällsplanering och miljö  
Avdelningen för Geodesi  
Teknikringen 72, SE-100 44 Stockholm

e-post: [horemuz@kth.se](mailto:horemuz@kth.se)  
tel. 08-790 7335

## Introduktion

I den här rapporten analyseras tillförlitlighet vid Realtidsuppdaterad fristation (RUFRIIS). Denna metod samt precisionsanalys är beskriven i rapport ”Realtidsuppdaterad fristation – precisionsanalys”, där vi visade att precision av stationsetablering påverkas av antalet gemensamma punkter, samt deras spridning runt totalstationen. Tillförlitlighet, eller kontrollerbarhet är ett mått för hur mycket en mätning kontrolleras av övriga mätningar. God kontrollerbarhet innebär bl.a. stora möjligheter att lokalisera och därmed eliminera grova fel. Man kan beräkna kontrollerbarhet som:

- genomsnittlig kontrollerbarhet
- den enskilda mätningens k-tal, även kallat frihetsgradsandel eller redundans
- den inre tillförlitligheten, dvs. minsta upptäckbara fel (MUF)
- den yttre tillförlitligheten (YT), dvs. minsta upptäckbara fels inverkan på utjämningsresultatet, dvs. utjämnade observationer och/eller utjämnade parametrar.

Kontrollerbarhetstalen anger ungefär hur stor del av ett mätfel som ”syns” i motsvarande förbättring. Resten av felet påverkar utjämningsresultatet, dvs. beräknade stationskoordinater och/eller orientering. Små k-värden innebär alltså att grova fel maskeras, varigenom felsökningen försvåras.

## Metod

Vi beräknar ovannämnda kontrollerbarhetsmått för olika konfigurationer och antal av gemensamma punkter. Konfiguration definieras av sektorer; varje sektor börjar med en gemensam punkt i norr riktningen sett från totalstationen. Alla punkter ligger på samma avstånd från totalstationen: antingen 10 eller 100 m. Vi använder samma utjämningsmodell som i rapport ”Precisionsanalys”. Ett genomsnittligt mått på kontrollerbarhet (k-tal) fås genom att dividera antalet överbestämningar (Ö) med antalet mätningar (AM):

$$k = \frac{\text{Ö}}{\text{AM}} = \frac{6n - 4 - 3n}{6n} = \frac{3n - 4}{6n} \quad (1)$$

där n är antalet gemensamma punkter

Kontrollerbarhetstal kan även beräknas individuellt för varje mätning ur s.k. redundansmatris som beräknas enligt formel:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \quad (2)$$

där  $\mathbf{A}$  är design matris,  $\mathbf{P}$  är viktmatris av observationer och  $\mathbf{I}$  är enhetsmatris. Diagonala element ( $r_i$ ) i  $\mathbf{R}$ -matrisen är redundanser för enskilda mätningar.

Den inre tillförlitligheten för mätning  $i$ , dvs. minsta upptäckbara fel, beräknas ur formel:

$$\theta_i = \frac{\sigma_i}{\sqrt{r_i}} \delta_0(\alpha, \beta) \quad (3)$$

Där  $\sigma_i$  är mätningens medelfel och  $\delta_0(\alpha, \beta)$  är en teckningsfaktor för testing power  $\beta$  och risknivå  $\alpha$ . Vi kommer att använda  $\delta_0(\alpha, \beta) = 2.8$ ,  $\alpha = 5\%$ ,  $\beta = 20\%$ .

Den yttre tillförlitligheten, dvs. hur oupptäckta grova fel påverkar utjämnade observationer, skattas som:

$$\varphi_i = \theta_i (1 - r_i) \quad (4)$$

och hur oupptäckta grova fel påverkar utjämnade parametrar (koordinater och orientering):

$$\Delta \mathbf{X} = \hat{\mathbf{X}}_\Delta - \hat{\mathbf{X}} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \Delta \quad (5)$$

där  $\Delta \mathbf{X}$  är påverkan av mätfelen  $\Delta$ .

Vi använde precisionsspecifikationer för Leica TPS1201 för beräkning av viktmatris P. Följande numeriska värden för medelfelen användes:

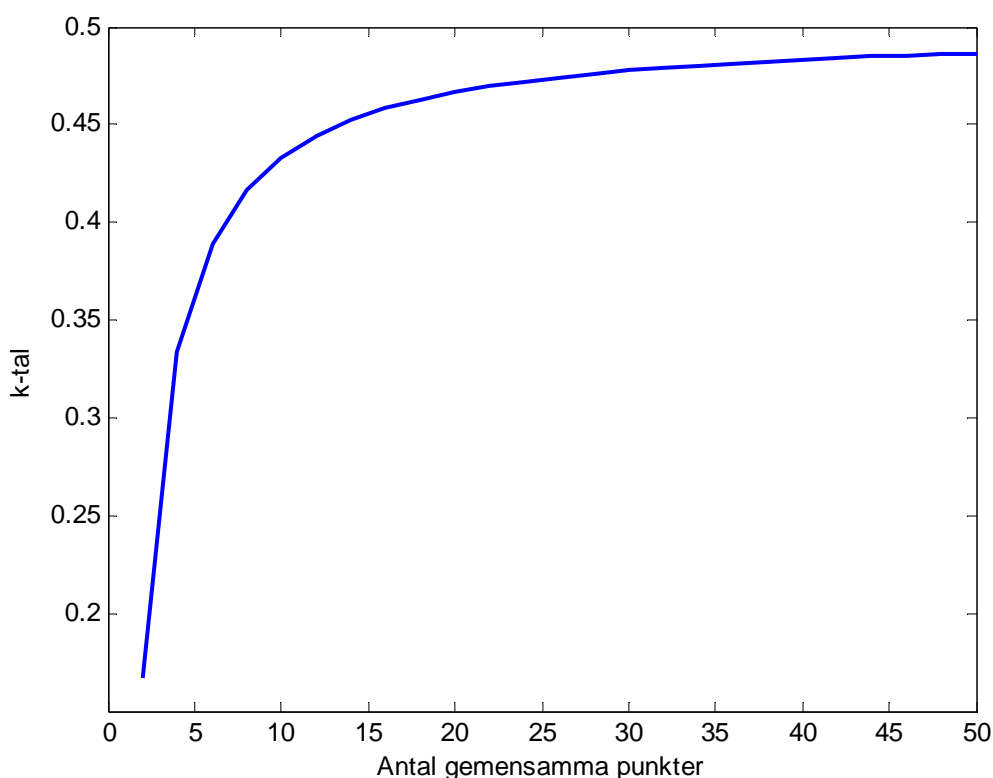
Avståndsmätning: 1 mm + 1.5 ppm

Vinkelmätning: 5 mm räknat om till vinkel för den aktuella distansen (se Bilaga 1)

RTK-GPS-koordinater 8 mm i horisontella och 11 mm i vertikala koordinater

## Resultat

1. **Den genomsnittliga kontrollerbarheten** beror bara på antalet gemensamma punkter, spridningen av punkterna har ingen inverkan. Figur 1 visar att k-tal stiger snabbt från 0.17 för två gemensamma punkter till 0.43 för 10 punkter och därefter stiger det bara långsamt mot värde 0.5.



Figur 1. Den genomsnittliga kontrollerbarheten.

## 2. Redundans för enskilda mätningar

Redundans för individuella mätningar följer ungefär samma mönster som den genomsnittliga kontrollerbarheten: den stiger snabbt till antalet gemensamma punkter 10 och sedan redundansen stiger bara långsamt.

Redundans av individuella mätningar är numeriskt nästan likadan för alla gemensamma punkter inom en sektor. Den är lite större i mitten av sektor jämfört med punkterna vid sektorns kanter. Skillnaden mellan maximal och minimal redundans är  $<0.01$  för längder,  $<0.003$  för horisontella riktningar och  $<0.17$  för horisontella koordinater. Redundansen för vertikala vinklar och höjder är identisk för alla punkter. Detta gäller också för yttre och inre tillförlitlighet, därför valde vi att plotta kontrollerbarheten bara för en punkt (den som ligger norr om totalstationen).

Figur 2 visar redundansen av individuella observationstyper för olika sektorer. Det finns ingen märkbar beroende av redundansen på avstånd mellan TS och gemensamma punkter.

## 3. Inre tillförlitlighet

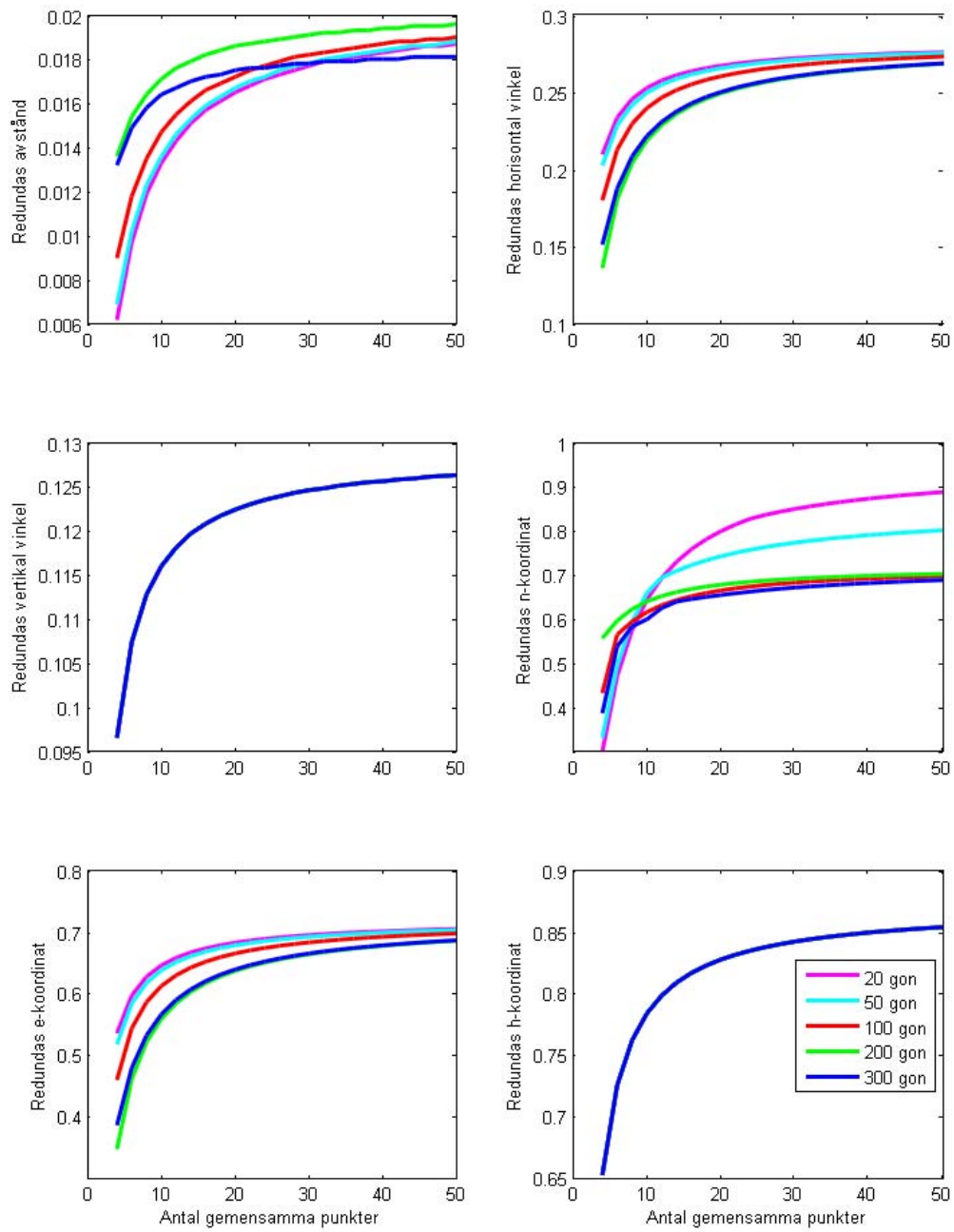
visar minsta upptäckbara fel (MUF) för varje enskild mätning. Figur 3 visar MUF för gemensamma punkter på 100 m avstånd från totalstationen och Figur 4 på avstånd 10 m. Som förväntad, avståndet mellan gemensamma punkter och totalstationen påverkar MUF för horisontella och vertikala vinklar; det är större för kortare avstånd.

#### 4. Yttre tillförlitlighet (YT)

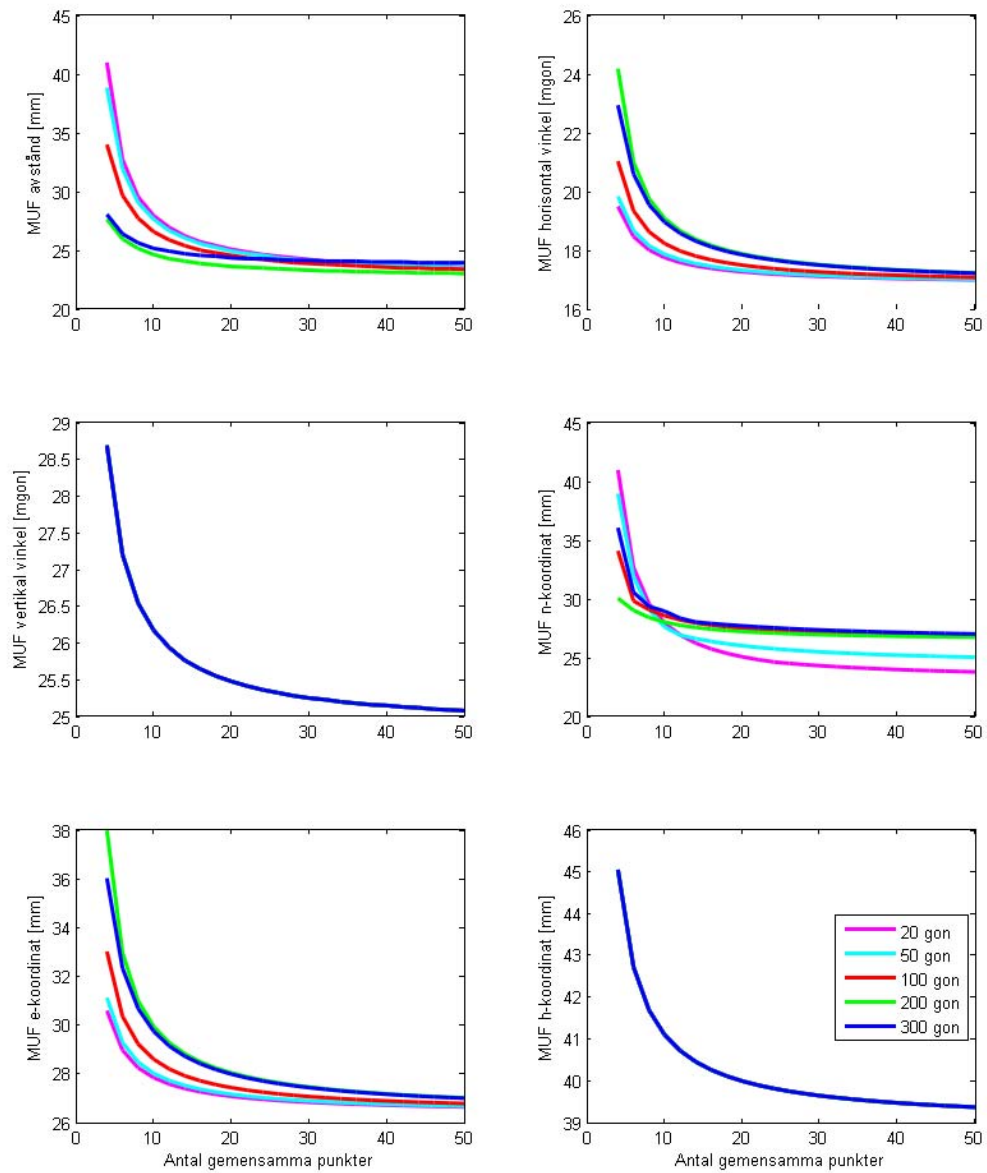
beskriver påverkan av MUF på utjämnade mätningen. Om redundansen  $r = 0$ , ett oupptäckt fel kommer att påverka utjämnade mätningen fullt ut, d.v.s. hela felet "hamnar" på observationen (residualen efter utjämnningen = 0) och därmed på beräknade koordinater. Om redundansen  $r = 1$ , ett oupptäckt fel kommer inte alls att påverka utjämnade mätningen, hela felet "yttras" som en residual för den mätningen. YT för vinklar följer samma mönster som MUF: den är större för kortare avstånd mellan totalstation och gemensamma punkter, se Figur 5 och Figur 6.

Oupptäckta fel i mätningar kommer naturligtvis att påverka skattningen av totalstationens koordinater och orientering. Figur 7 visar vilket fel i position och höjd orsakar MUF i individuella observationer. Exempel: Om avståndsmätningen till den första punkten vid stationsetablering med 4 gemensamma punkter innehåller ett fel som är lika med MUF (ca 40 mm för 20 gon sektor, se Figur 3), det horisontella positionsfelet orsakade av detta fel blir ca 75 mm. Vertikala vinklar och GPS-höjd är lika med noll om totalstationen och gemensamma punkter ligger i samma höjdnivå.

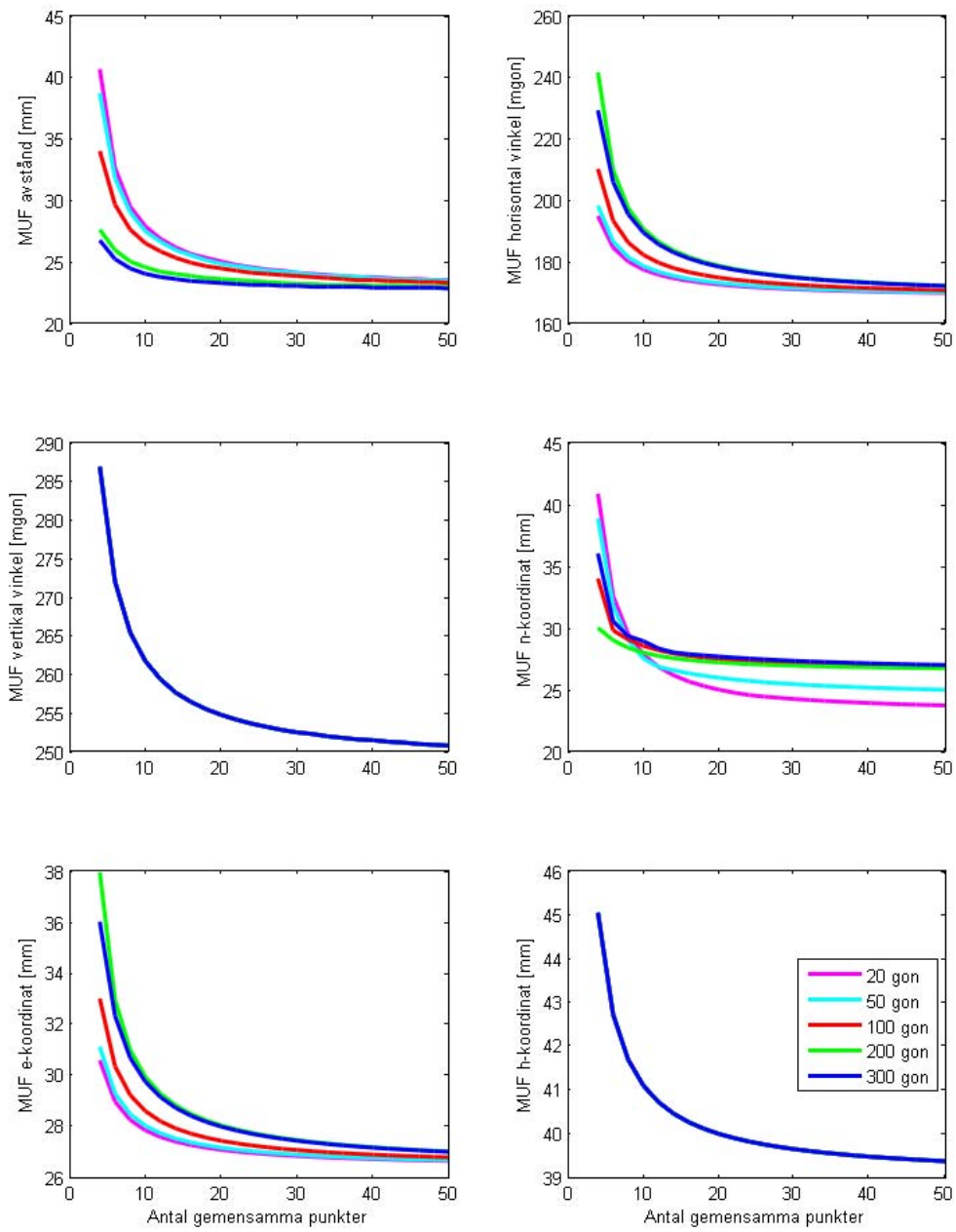
Figur 8 och Figur 9 visar påverkan av mätfelen på bestämning av orientering. Som förväntat, påverkan på orientering är större för kortare avstånd mellan TS och gemensamma punkter.



Figur 2. Redundans av individuella observationstyper

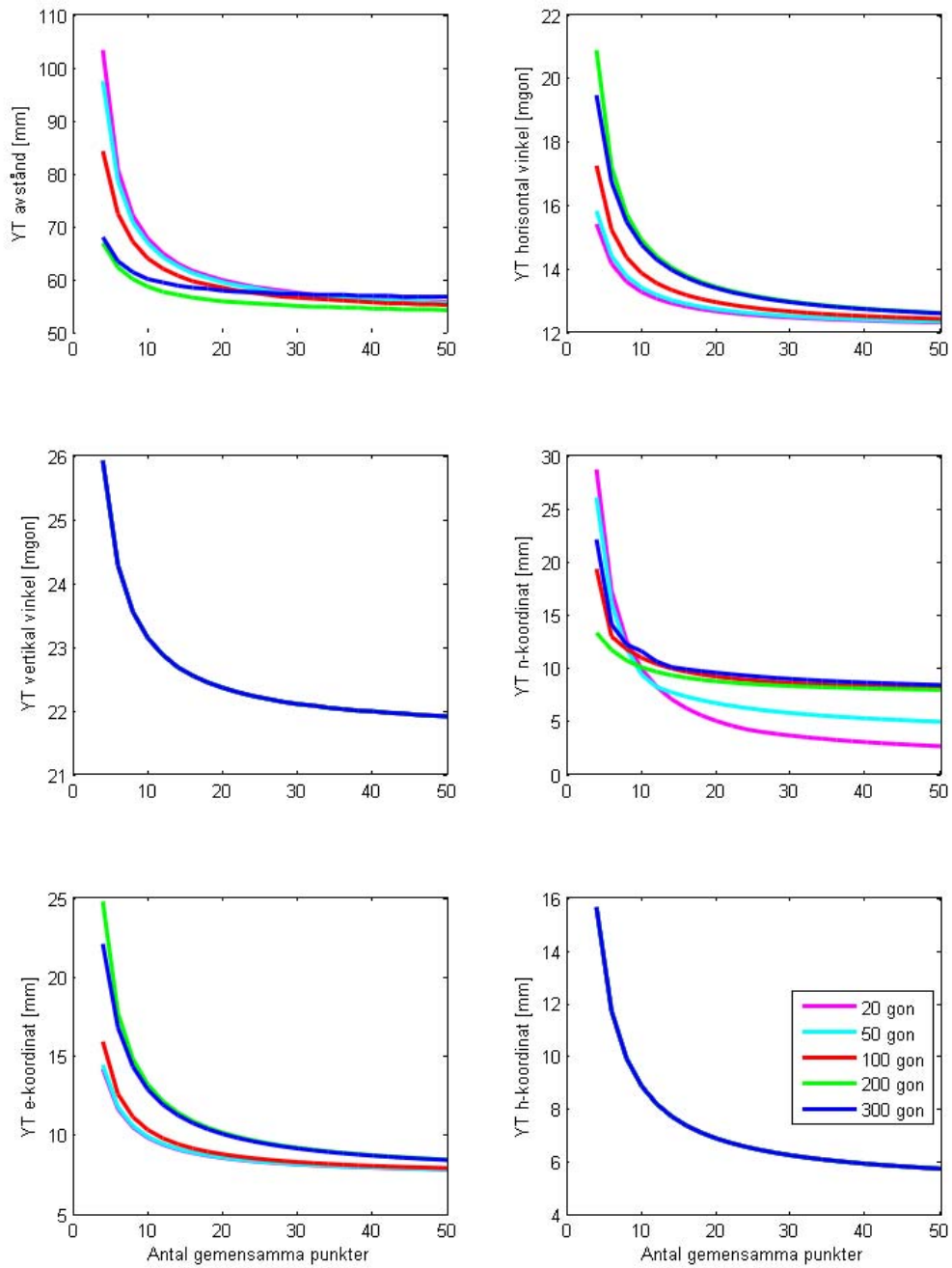


Figur 3. Inre tillförlitlighet, avstånd 100 m

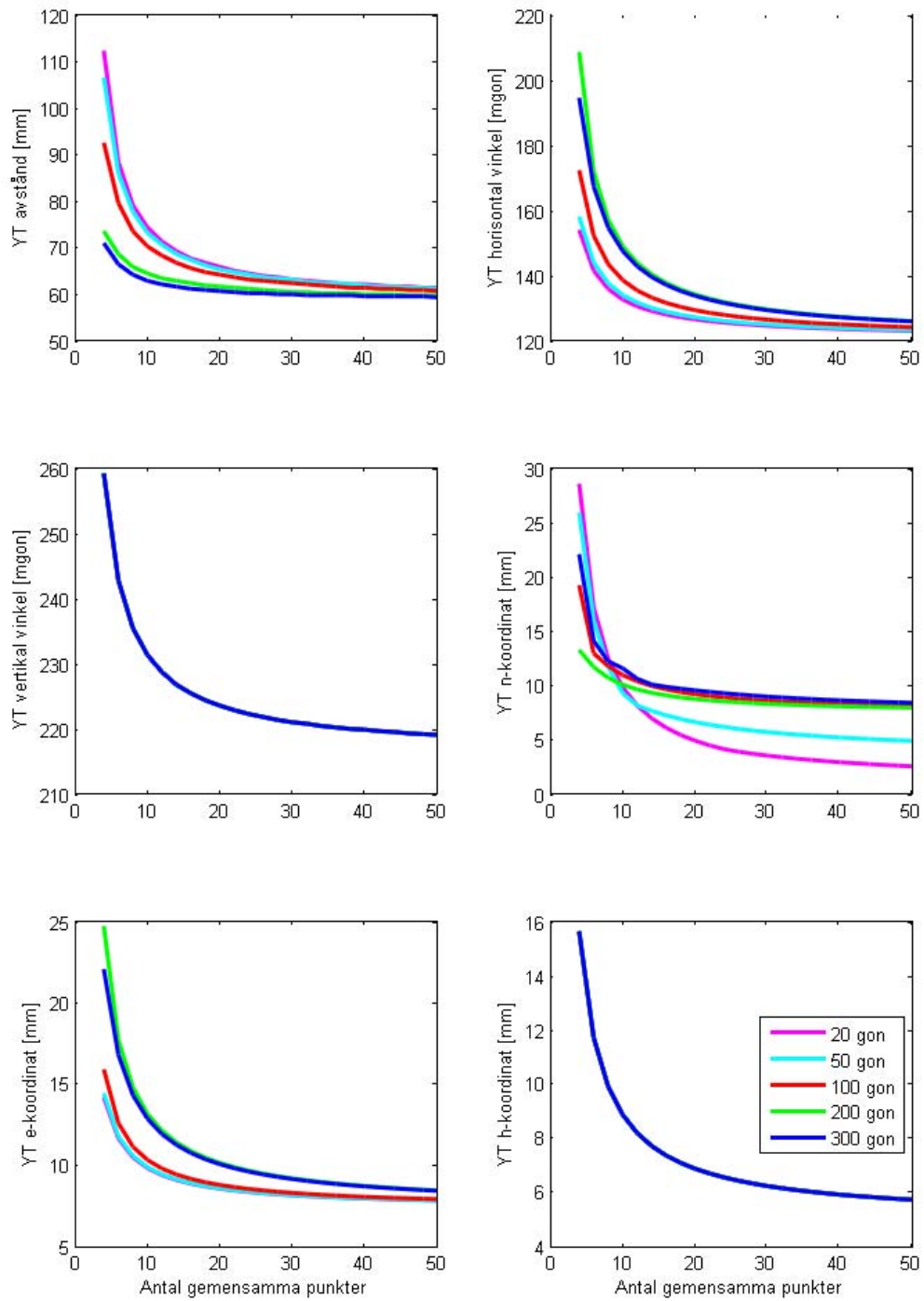


Figur 4. Inre tillförlitlighet, avstånd 10 m.





Figur 5. Yttre tillförlitlighet, avstånd 100 m.



Figur 6. Yttre tillförlitlighet, avstånd 10 m

## **Slutsatser**

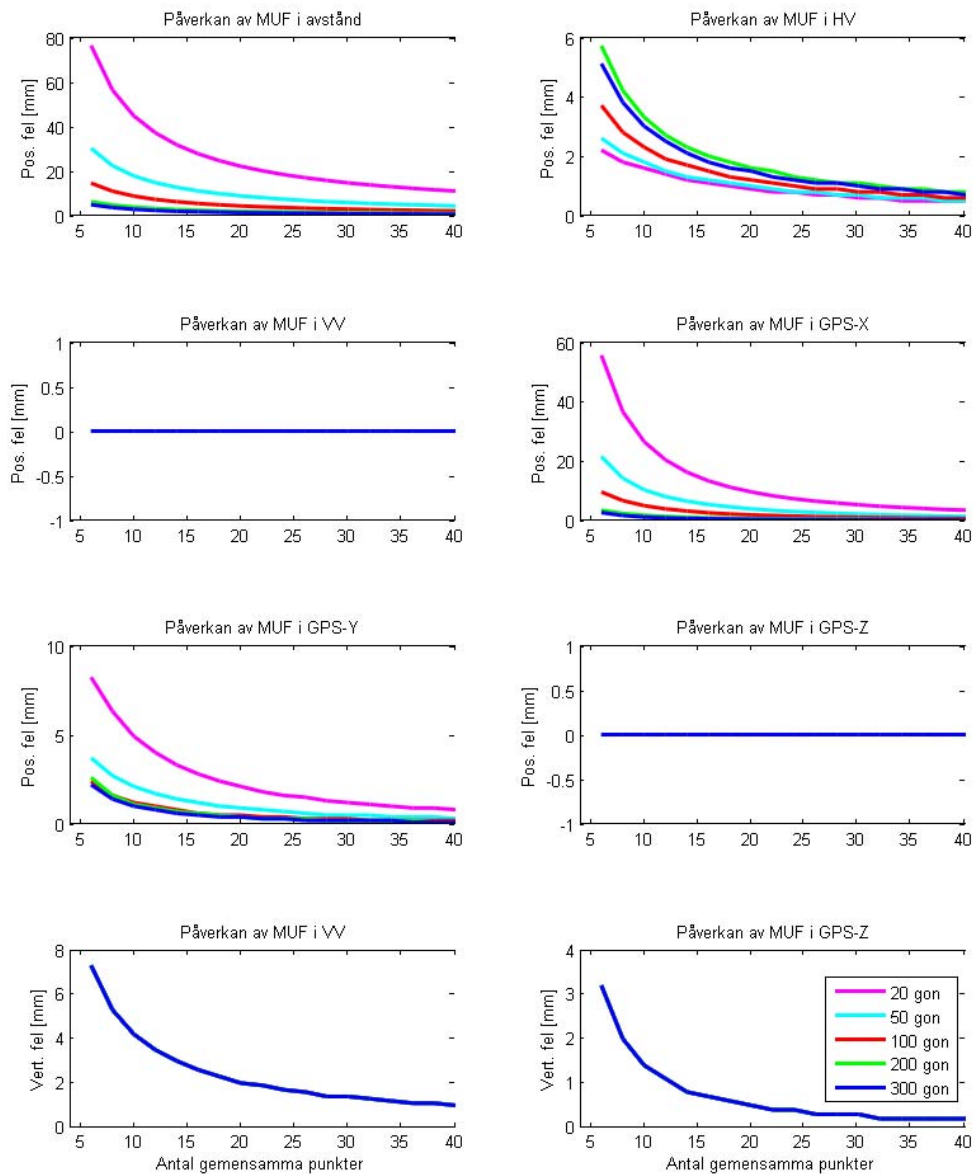
GPS- och TS-mätningar kontrollerar varandra vid RUFRIIS-metoden, men det går inte att bestämma om ett eventuellt fel ligger i GPS- eller TS-mätning. T.ex. 39 mm fel i höjd av en gemensam punkt bestämd av RTK motsvarar 250 mgon fel i vertikal vinkel på 10 m avstånd. Båda felen påverkar resultatet på samma sätt.

Det finns likadant samband mellan fel i horisontella vinklar och fel i horisontella GPS-koordinater

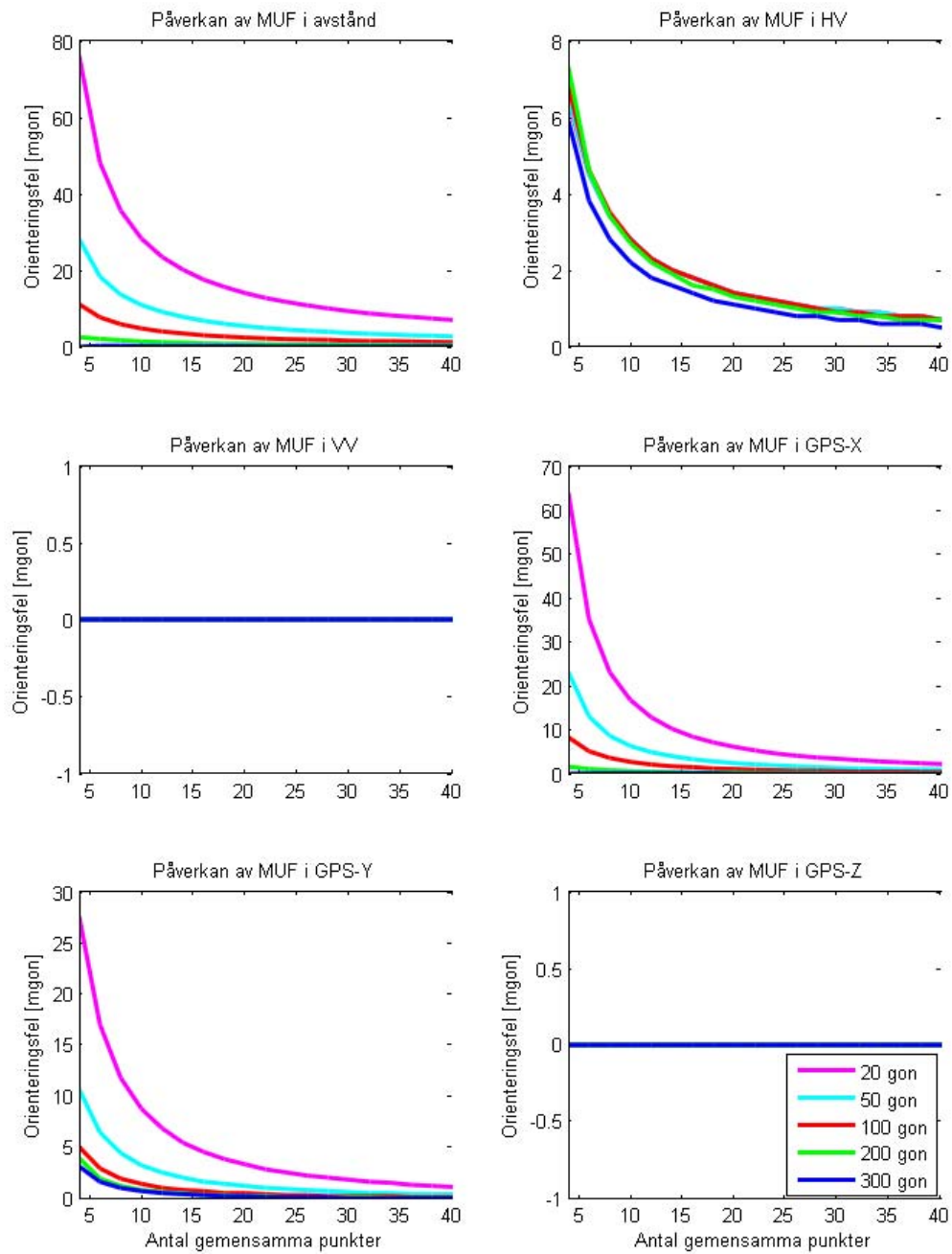
Man kan konstatera stor korrelation mellan precision och kontrollerbarhet: geometri som ger högre precision ger också bättre kontrollerbarhet. Alla kontrollerbarhetsmått följer samma mönster: kontrollerbarheten ökar med antalet gemensamma punkter och sektornsstorleken. Ökningen är signifikant till ca 10 – 20 gemensamma punkter, liten över 30 punkter

Baserat på , korrelations-, precisions- och kontrollerbarhetsanalys vi kan formulera följande rekommendationer för stationsetablering med RUFRIIS:

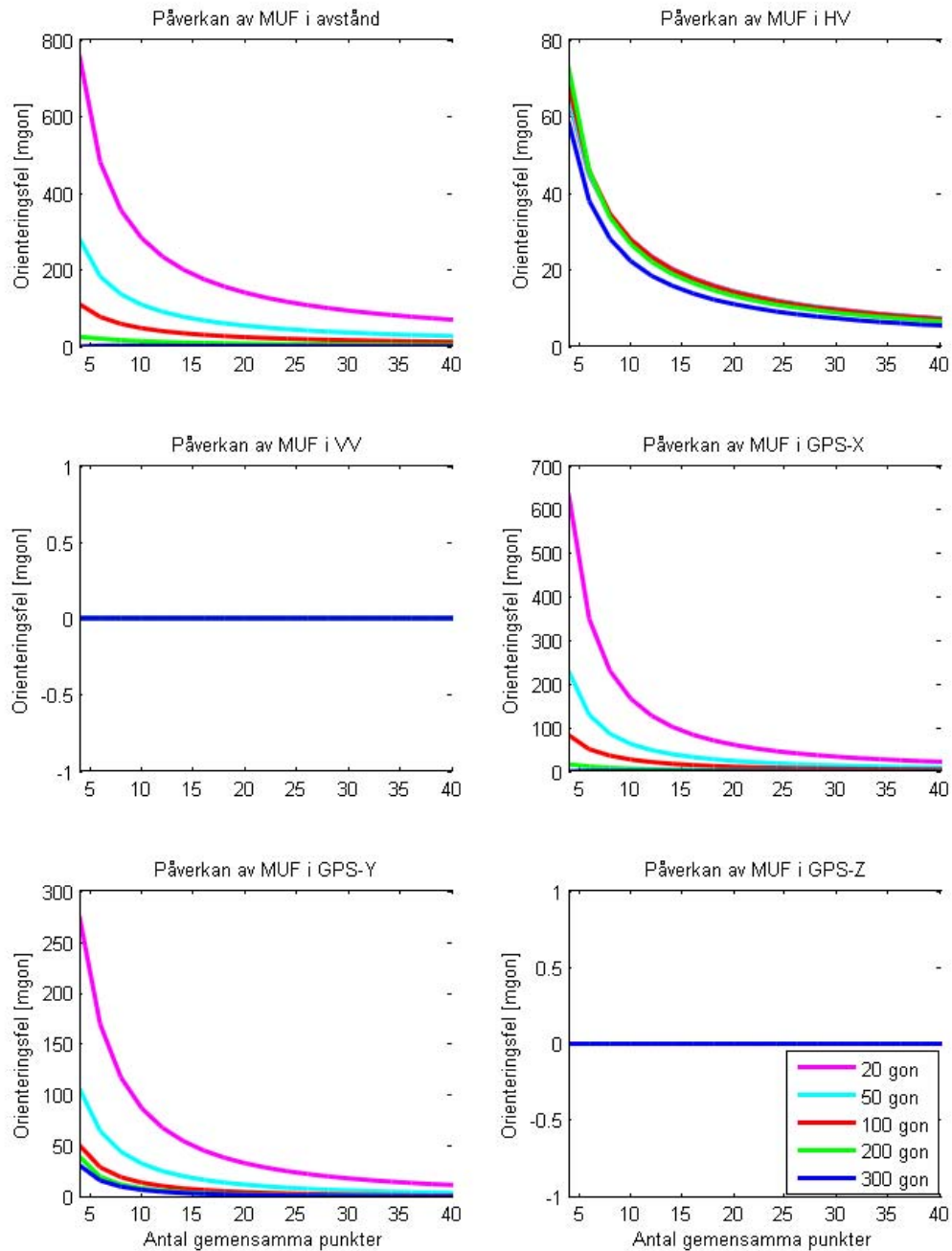
- Använd 10 – 30 gemensamma punkter, undvik färre punkter p.g.a. låg kontrollerbarhet
- Avståndet till gemensamma punkter har försumbar påverkan på bestämning av totalstationens koordinater, men det är viktigt att placera några punkter längre bort från totalstationen för tillförlitlig bestämning av orientering. Längre bort betyder minst på sådant avstånd som detaljmätning sker.
- Precision och kontrollerbarhet ökar om punkterna sprids i större sektorer rund totalstation. Ökningen är försumbar för sektorer över 200 gon. punkterna rund totalstation, det räcker med 200 gon sektor. Om terrängen inte tillåter sådan spridning, placera punkterna inom smalare sektor med varierande avstånd.
- Avgörande faktor för noggrann RUFRIIS stationsetablering är noggrannheten av RTK-mätningar. Se till att RTK-kvalitetsindikator (CQ eller DOP) visar tillräcklig bra värden vid inmätning av gemensamma punkter
- Sprid inmätning av gemensamma punkter i tiden vid dåligt RTK-kvalité.
- Se till att stången inte rör sig mellan totalstation och RTK mättillfällen.



**Figur 7. Fel i position och höjd p.g.a. MUF i en observation. Avstånd 100 m. HV, VV – horisontell, resp. vertikal vinkel, GPS-X, GPS-Y – horisontella GPS bestämda koordinater, GPS-Z – höjden bestämd m.h.a. GPS.**



Figur 8. Fel i orientering p.g.a. MUF i en observation. Avstånd 100 m.



Figur 9. Fel i orientering p.g.a. MUF i en observation. Avstånd 10 m.

**BILAGA 1.** Vinkelmättningsprecision för instrument Leica TPS 1200

Enligt instrumentets tekniska specifikationer, totalstationen siktningsprecision mot rund prisma är 5 mm oavsett avstånd – se figuren nedan.

Medelfel av en mätt riktning beräknas som 5 mm / avstånd, t.ex. medelfelet på 10 m = 31.8 mgon.

